

# ALGEBRA LINIOWA I GEOMETRIA

## Opis przedmiotu

### INFORMACJE OGÓLNE

1. Nazwa przedmiotu: Algebra liniowa i geometria
2. Kod przedmiotu: DAGE LIO
3. Semestr: letni
4. Liczba godzin: 30 – wykłady, 30 – ćwiczenia/laboratoria
5. ECTS: 6

### INFORMACJE SZCZEGÓŁOWE

### SYLABUS

#### Wykłady:

1. Liczby zespolone.
2. Podstawowe struktury algebraiczne: grupa, pierścień, ciało.
3. Algebra macierzy, macierz transponowana, macierz hermitowsko-sprężona.
4. Macierze elementarne, macierze odwracalne, algorytm wyznaczanie macierzy odwrotnej do macierzy trójkątnej.
5. Wyznaczanie postaci zredukowanej i całkowicie zredukowanej. Twierdzenie Kroneckera-Capellego.
6. Rozwiązanie układów liniowych równań algebraicznych za pomocą algorytmu eliminacji Gaussa.
7. Własności wyznacznika, minory, twierdzenia Laplace'a i Cauchy'ego, obliczanie wyznaczników z wykorzystaniem rozkładu macierzy na iloczyn czynników trójkątnych.
8. Macierz dołączona i wyznaczanie macierzy odwrotnej do macierzy nieosobliwej. Wzory Cramera.
9. Przestrzenie liniowe, wektory, liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni liniowej, macierz przejścia z bazy do bazy.
10. Przekształcenie liniowe, macierz przekształcenia liniowego, podobieństwo macierzy.
11. Wektory i wartości własne, wielomian charakterystyczny, diagonalizacja macierzy, postać Jordana. Twierdzenie Rayleigh'a-Ritza.
12. Przestrzenie liniowe z iloczynem skalarnym, przekształcenia: ortogonalne, unitarne, samosprężone.
13. Formy kwadratowe, metoda Lagrange'a i Jacobiego sprowadzania do postaci kanonicznej, badanie określoności.

#### Ćwiczenia:

1. Opracowanie modułu działań na liczbach zespolonych.
2. Grupy permutacji, pierścień wielomianów, algorytm Euklidesa, NWD.
3. Rachunek macierzowy, macierz transponowana, macierz hermitowsko-sprężona.
4. Macierze trójkątne, odwracanie macierzy trójkątnych. Implementacje operacji na macierzach.
5. Operacje elementarne, postać zredukowana, rząd macierzy, twierdzenie Kroneckera-Capellego. Odwracanie macierzy za pomocą operacji elementarnych. Implementacja operacji elementarnych.
6. Układy o macierzach kwadratowych i prostokątnych. Implementacja algorytmu eliminacji Gaussa. Układy równań z macierzami o elementach z ciał skończonych.
7. Obliczanie wyznacznika: z definicji, w oparciu o schemat Sarrusa, z twierdzenia Laplace'a, z rozkładu na czynniki trójkątne (LU). Pojęcie minora i badanie rzędu (implementacja obliczania minorów macierzy).
8. Macierz dołączona i obliczanie macierzy odwrotnej. Wzory Cramera - porównanie z metodą eliminacji Gaussa w kontekście obliczeń na dużych układach równań.

9. Przykłady przestrzeni liniowych. Operacje na wektorach. Badanie liniowej niezależności wektorów. Baza przestrzeni liniowej i macierz przejścia z bazy do bazy.
10. Przekształcenie liniowe, macierz przekształcenia liniowego, podobieństwo macierzy. Implementacja wyznaczania macierzy podobnych.
11. Rozwiązywanie zadania własnego - implementacja. Rola wartości własnych i wektorów własnych w grafice komputerowej. Interpretacja informacji zawartej w postaci Jordana. Rola przekształcenia przez podobieństwo w rozwiązywaniu zadań własnych.
12. Iloczyn skalarny, ortogonalność wektorów. Macierze ortogonalne, macierze unitarne i ich rola w obliczeniach numerycznych. Implementacje weryfikacji ortogonalności wektorów i macierzy.
13. Konstrukcja macierzy dodatnio (ujemnie) określonej z wykorzystaniem pakietu Numpy.