



UNIwersYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Algorytmy algebry liniowej Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Technologie informatyczne	Cykl dydaktyczny 2024/25
Specjalność -	Kod zajęć 17TINS.38N.07267.24
Jednostka organizacyjna Nadnotecki Instytut UAM w Pile	Języki wykładowe Polski
Poziom studiów studia inżynierskie pierwszego stopnia	Obligatoryjność Fakultatywny specjalnościowy
Forma studiów studia stacjonarne	Blok zajęciowy Przedmioty nieprzypisane
Profil studiów profil praktyczny	
Koordynator zajęć	Andrzej Maćkiewicz
Prowadzący zajęcia	Andrzej Maćkiewicz
Okres Semestr 4	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Laboratorium: 30, Zaliczenie z oceną • Konwersatorium: 30, Egzamin
	Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Rozwiązywanie układów równań liniowych (różnych typów) i liniowych zadań najmniejszych kwadratów. Analiza teoretyczna wspomnianych problemów oraz metody ich rozwiązania.
C2	Wykorzystywanie języków programowania wysokiego poziomu (Python 3, Matlab-Octave) do implementacji efektywnych algorytmów.
C3	Omówienie wpływu błędów zaokrągleń na końcowy wynik obliczeń, problem uwarunkowania zadania i poprawności numerycznej kodów. Stabilność numeryczna algorytmów.
C4	Ilustracja materiału teoretycznego przykładami i problemami (także z zakresu zastosowań) przeznaczonymi do samodzielnego rozpatrzenia.

Wymagania wstępne

Umiejętność programowania w wybranym języku wysokiego poziomu (Python 3, Matlab lub jego równoważnik).
Podstawowy kurs teoretycznej algebry liniowej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	Posiada wiedzę konieczną do zrozumienia podstawowych pojęć i zjawisk niezbędnych w pracy informatyka obejmującą m.in. podstawy analizy matematycznej, przybliżone metody opisu zjawisk ciągłych, metody numeryczne, podstawy algebry i algebry liniowej, podstawy logiki i matematyki dyskretnej	TIN_K3_W01, TIN_K3_W04_inz, TIN_K3_W14_inz	Egzamin pisemny, Egzamin z "otwartą książką", Kolokwium pisemne, Projekt
W2	Zna podstawowe metody projektowania, analizowania i programowania algorytmów (projektowanie strukturalne, rekurencja, metoda dziel i zwyciężaj, poprawność, metoda niezmienników, złożoność obliczeniowa).	TIN_K3_W01, TIN_K3_W03_inz, TIN_K3_W05_inz, TIN_K3_W06_inz	Egzamin pisemny, Egzamin z "otwartą książką", Kolokwium pisemne, Projekt
Umiejętności - Student/ka:			
U1	Potrafi pisać, uruchamiać i testować programy w wybranym środowisku programistycznym z zakresu numerycznej algebry liniowej.	TIN_K3_U01, TIN_K3_U05_inz, TIN_K3_U07_inz, TIN_K3_U21_inz, TIN_K3_U25_inz, TIN_K3_U28_inz, TIN_K3_U35, TIN_K3_U36	Egzamin pisemny, Egzamin z "otwartą książką", Kolokwium pisemne, Projekt
U2	Posiada umiejętność projektowania i analizowania (pod kątem poprawności i złożoności obliczeniowej) oraz oprogramowania algorytmów; z wykorzystaniem podstawowych struktury danych.	TIN_K3_U05_inz, TIN_K3_U07_inz	Egzamin pisemny, Egzamin z "otwartą książką", Kolokwium pisemne, Projekt
U3	Posiada umiejętność stosowania technik prowadzących do otrzymania oprogramowania wysokiej jakości .	TIN_K3_U07_inz, TIN_K3_U08_inz, TIN_K3_U09_inz	Egzamin pisemny, Egzamin z "otwartą książką", Kolokwium pisemne, Projekt

U4	Posiada umiejętność opracowania, analizy i implementacji wybranych metod numerycznych z wykorzystaniem pakietów i bibliotek numerycznych.	TIN_K3_U21_inz, TIN_K3_U25_inz, TIN_K3_U28_inz	Egzamin pisemny, Egzamin z "otwartą książką", Kolokwium pisemne, Projekt
U5	Posiada umiejętność przygotowywania dokumentacji, opracowań i raportów w języku polskim i języku angielskim.	TIN_K3_U35, TIN_K3_U36	Egzamin pisemny, Egzamin z "otwartą książką", Kolokwium pisemne, Projekt

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Przyczyny powstawania błędów w obliczeniach zmiennoprzecinkowych Reprezentacja 64-bitowych liczb zmiennopozycyjnych w standardzie IEEE. Podstawowe funkcje Matlab (Octave) i Pythona dotyczące arytmetyki zmiennopozycyjnej. Różne rodzaje błędów w obliczeniach numerycznych. Katastroficzna utrata cyfr znaczących.	W1, U1	Konwersatorium, Laboratorium
2.	Różnice między teoretyczną a numeryczną algebrą liniową. Błąd bezwzględny i względny . Złożoność obliczeniowa. Timing. Notacja "dużego O" i "małego o" .	W1, U1, U2	Konwersatorium, Laboratorium
3.	Iloczyn skalarny. Norma euklidesowa, nierówność Cauchy-Schwarza, kąt i odległość między wektorami. Współrzędne sferyczne. Iteracyjny algorytm skupiskowania „kmeans” (z zastosowaniami).	W1, W2, U1, U2, U3	Konwersatorium, Laboratorium
4.	. Elementy geometrii euklidesowej przestrzeni n-wymiarowej Nierówność trójkąta. Twierdzenie Pitagorasa w n-wymiarach. Prawidło równoległoboku. Liniowa niezależność wektorów.	W1	Konwersatorium, Laboratorium

5.	<p>. O złożoności obliczeniowej algorytmów</p> <p>Podstawowe wzory sumacyjne</p> <p>Algorytmy o stałym czasie realizacji (przykłady)</p> <p>Algorytmy z złożoności logarytmicznej (przykłady)</p> <p>Algorytmy o złożoności liniowej (przykłady).</p> <p>Algorytmy logarytmiczno- liniowe (przykłady).</p> <p>Algorytmy wielomianowe (przykłady).</p> <p>Algorytmy wykładnicze (przykłady).</p>	W2, U2	Konwersatorium, Laboratorium
6.	<p>Działania macierz x wektor i macierz x macierz</p> <p>Organizacja danych przy przetwarzaniu macierzy rzadkich.</p> <p>Mnożenie macierzy zblokowanych.</p> <p>Szybkie mnożenie macierz x wektor z użyciem strategii dziel i zwyciężaj.</p> <p>Informacja o FFT i transformacjach falkowych.</p>	W1, W2, U1, U4	Konwersatorium, Laboratorium
7.	<p>Analiza złożoności podstawowych operacji numerycznej algebry liniowej</p> <p>Algorytmy typu wektor-wektor.</p> <p>Algorytmy typu macierz-wektor.</p> <p>Algorytmy typu macierz-macierz.</p> <p>Wektoryzacja.</p> <p>Informacja o bibliotece BLAS.</p>	W1, U4	Konwersatorium, Laboratorium
8.	<p>. Podstawowe typy macierzy specjalnych</p> <p>Iloczyn zewnętrzny wektorów.</p> <p>Aktualizacja macierzy składnikiem rzędu jeden.</p> <p>Wzór Shermana-Morrisona.</p> <p>Macierze Gaussa-Frobeniusa i ich odwracanie.</p> <p>Uogólniony wzór Shermana-Morrisona.</p> <p>Macierze permutacyjne i ich komputerowa reprezentacja.</p>	W1, U2	Konwersatorium, Laboratorium
9.	<p>Układy równań liniowych o kwadratowych macierzach specjalnych.</p> <p>Układy równań o macierzach trójkątnych.</p> <p>Kolumnowa i wierszowa orientacja algorytmu.</p> <p>Wpływ błędów zaokrągleń na rozwiązanie układów o macierzach trójkątnych.</p>	W1, U3	Konwersatorium, Laboratorium

10.	<p>. Metoda eliminacji Gaussa</p> <p>Rozkład $A=LU$. Macierze o dominującej głównej przekątnej.</p> <p>Różne strategie realizacji metody Gaussa wynikające z przeprowadzonej analizy błędów</p> <p>Rozkład $PA=LU$.</p> <p>Rozwiązywanie układów $Ax=b$ i $Ax=B$. Informacje o uwarunkowaniu problemu.</p> <p>Poprawianie rozwiązań numerycznych liniowych układów równań z wykorzystaniem arytmetyki poszerzonej precyzji.</p> <p>Prosty algorytm kompresji danych macierzowych jako iteracyjna wersja metody Gaussa.</p>	W1, W2, U4	Konwersatorium, Laboratorium
11.	<p>Linowe zadanie najmniejszych kwadratów (LLS).</p> <p>Normalny układ równań. Macierze rzutowania prostokątne, Lewa pseudoodwrotność „szczupłej” macierzy prostokątnej. Rzutowanie prostokątne na podprzestrzeń o znanej bazie ortonormalnej. Współczynniki Fouriera.</p>	W2, U4, U5	Konwersatorium, Laboratorium
12.	<p>Algorytm Choleskiego dla symetrycznych macierzy dodatnio określonych (spd.).</p> <p>Rozkład Choleskiego $A=L*L'$ macierzy spd.. Rozwiązywanie zadań LLS z wykorzystaniem algorytmu Choleskiego. Powiększanie liczby regresorów- zastosowania w radiologii. Interpolacja funkcjami sklejanymi (spline) 3-go stopnia jako przykład problemu z pasmową macierzą spd. Zadanie optymalnej (w sensie najmniejszych kwadratów). lokalizacji.</p> <p>Organizacja danych dla układów równań liniowych o kwadratowych, pasmowych macierzach współczynników.</p>	W1, W2, U1, U2, U3	Konwersatorium, Laboratorium
13.	<p>Podkreślone układy równań liniowych.</p> <p>Jednoznaczność rozwiązania o minimalnej normie. Prawa pseudoodwrotność „grubej” macierzy prostokątnej.</p>	W2, U4	Konwersatorium, Laboratorium
14.	<p>Normy macierzowe. Liczba uwarunkowania macierzy kwadratowych.</p> <p>Macierzowe normy indukowane. Norma Frobeniusa. Liczba uwarunkowania macierzy kwadratowej, nieosobliwej. Analiza przykładowych źle uwarunkowanych układów równań liniowych (macierze Hilberta, Vandermonde’a itp.).</p>	W1, U2	Konwersatorium, Laboratorium

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Laboratorium	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Dyskusja, Metoda analizy przypadków
Konwersatorium	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Dyskusja, Uczenie problemowe (Problem-based learning)

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Laboratorium	Zaliczenie laboratoriów. Wszystkie elementy projektów są punktowane a punkty są sumowane. Uzyskanie - 50%- 60% punktów - ocena dostateczny - 60%- 70% punktów - ocena dostateczny plus - 70%- 80% punktów - ocena dobry - 80%- 90% punktów - ocena dobry plus - 90%-100% punktów - ocena bardzo dobry Warunkiem zaliczenia jest też uzyskanie min. 60% obecności.
Konwersatorium	Zaliczenie ćwiczeń. Wszystkie elementy projektów są punktowane a punkty są sumowane. Uzyskanie - 50%- 60% punktów - ocena dostateczny - 60%- 70% punktów - ocena dostateczny plus - 70%- 80% punktów - ocena dobry - 80%- 90% punktów - ocena dobry plus - 90%-100% punktów - ocena bardzo dobry Warunkiem zaliczenia jest też uzyskanie min. 60% obecności.

Literatura

Obowiązkowa

1. – G. Allaire, S. Kaber , Numerical Linear Algebra, Springer 2002.
2. – F. Bornemann, “Numerical Linear Algebra”, Springer 2018.
3. – S. Boyd, L. Vanderberghe “Introduction to Applied Linear Algebra”, Cambridge Univ. Press 2018. (bezpłatna wersja PDF dostępna w internecie).

Dodatkowa

1. – L..N. Trefethen and D. Bau, “Numerical Linear Algebra”, SIAM 2022

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Laboratorium	30
Konwersatorium	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie projektu	30
Przygotowanie do egzaminu	30
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150

Liczba punktów ECTS	ECTS 5
----------------------------	------------------

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
TIN_K3_U01	Absolwent/ka potrafi zastosować wiedzę matematyczną do formułowania, analizowania i rozwiązywania prostych zadań związanych z informatyką oraz do rozwiązywania problemów praktycznych
TIN_K3_U05_inz	Absolwent/ka potrafi pisać, uruchamiać i testować programy w wybranym środowisku programistycznym
TIN_K3_U07_inz	Absolwent/ka potrafi projektować, analizować pod kątem poprawności i złożoności obliczeniowej oraz programować algorytmy; wykorzystywać podstawowe techniki algorytmiczne i struktury danych
TIN_K3_U08_inz	Absolwent/ka potrafi wykorzystywać niskopoziomowe zasady wykonywania programów
TIN_K3_U09_inz	Absolwent/ka potrafi posługiwać się przyjętymi formatami reprezentacji różnego rodzaju danych stosownie do sytuacji (liczby, tablice, tekst, obrazy, dźwięk i filmy) pamiętając o ich ograniczeniach, np. związanych z arytmetyką komputera
TIN_K3_U21_inz	Absolwent/ka potrafi projektować oprogramowanie zgodnie z metodyką obiektową
TIN_K3_U25_inz	Absolwent/ka potrafi stosować techniki prowadzące do otrzymania oprogramowania wysokiej jakości
TIN_K3_U28_inz	Absolwent/ka potrafi opracować, przeanalizować i zaimplementować wybrane metody numeryczne z wykorzystaniem pakietów i bibliotek numerycznych
TIN_K3_U35	Absolwent/ka potrafi przygotowywać dokumentację, opracowania i raporty w języku polskim i języku obcym, w tym z wykorzystaniem podstawowych ujęć teoretycznych, a także różnych źródeł
TIN_K3_U36	Absolwent/ka potrafi przygotować wystąpienia ustne, w języku polskim i języku obcym, dotyczące zagadnień teoretycznych i praktycznych informatyki
TIN_K3_W01	Absolwent/ka zna i rozumie zagadnienia matematyczne konieczne do zrozumienia podstawowych pojęć i zjawisk niezbędnych w pracy informatyka obejmujące m.in. podstawy analizy matematycznej, przybliżone metody opisu zjawisk ciągłych, metody numeryczne, podstawy algebry i algebry liniowej, podstawy logiki i matematyki dyskretnej, metody probabilistyczne oraz statystykę
TIN_K3_W03_inz	Absolwent/ka zna i rozumie narzędzia, technologie i urządzenia informatyczne właściwe dla wybranych obszarów zastosowań oraz rozumie podstawy ich działania
TIN_K3_W04_inz	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe konstrukcje programistyczne (przypisanie, instrukcje sterujące, wywoływanie podprogramów i przekazywanie parametrów) oraz pojęcia składni i semantyki języków programowania
TIN_K3_W05_inz	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe metody projektowania, analizowania i programowania algorytmów (projektowanie strukturalne, rekurencja, metoda dziel i zwyciężaj, programowanie z nawrotami, poprawność, metoda niezmienników, złożoność obliczeniowa)
TIN_K3_W06_inz	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe struktury danych i wykonywane na nich operacje (reprezentacja danych liczbowych, arytmetyka i błędy zaokrągleń, tablice, napisy, zbiory, rekordy, pliki, wskaźniki i referencje, struktury wskaźnikowe, listy, stosy, kolejki, drzewa i grafy)
TIN_K3_W14_inz	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe metody sztucznej inteligencji